

Large-Eddy Simulation のフィルター操作に基づく 都市キャノピーモデルのスカラー輸送方程式の導出

Derivation of Scalar Transport Equation of Urban Canopy Model Based on Filtering Operation of Large-Eddy Simulation

河野 孝昭*¹ 足永 靖信*² 田村 哲郎*³
Takaaki KONO Yasunobu ASHIE Tetsuro TAMURA

*¹ 産業技術総合研究所 Advanced Industrial Science and Technology

*² 国土技術政策総合研究所 National Institute for Land and Infrastructure Management

*³ 東京工業大学大学院総合理工学研究科 Interdisciplinary Graduate School of Science and Engineering,
Tokyo Institute of Technology

Corresponding author: Takaaki KONO, takaaki-kouno@aist.go.jp

ABSTRACT

We propose a new approach to derive a spatially-averaged transport equation for a scalar quantity, such as temperature or concentration, for an urban canopy model. First, in order to mathematically describe the actual momentum field as a completely continuous field, the underlying concepts of the immersed boundary method are employed, where we assume that (i) the entire simulation space is filled with a fluid, and (ii) an external body force field exists that reduces the wind speed to zero at all positions coinciding with the space occupied by the buildings. Second, we mathematically describe the field of a scalar quantity as a completely continuous field by introducing a source/sink field that acts only inside the space occupied by the buildings and controls the values of the scalar quantity at the acting points. Then, we obtain a spatially-averaged scalar transport equation by applying a (solid-inclusive) spatial averaging operation to the governing equation for the scalar field. Finally, by assuming that the source/sink field controls the spatial-average of the scalar quantity inside the buildings to be equal to that outside the buildings, we can obtain a spatially-averaged scalar transport equation that has no undefined term in the case the boundary of the averaging cell does not cross the space occupied by buildings.

キーワード:都市キャノピーモデル,スカラー輸送方程式,導出,フィルター操作, 固体含有平均

Key Words :Urban canopy model, Scalar transport equation, Derivation, Filtering operation, Solid-inclusive average

1. はじめに

近年、ヒートアイランド現象、都市スケールの汚染物質の輸送現象、都市型集中豪雨等のメカニズムの解明や予測精度の高度化を目的として、都市の影響をメソスケールの気象解析に反映させる試みが増加してきている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。都市域の建物を一棟一棟陽的に解像するのではなく都市キャノピー層に対してモデル化を行う都市キャノピーモデル⁽⁴⁾⁻⁽¹³⁾は、計算コストの大幅な増加を必要とせず、且つ、従来の粗度長による境界条件よりも都市情報を精緻に取り扱うことが可能である為、上述のマルチスケール現象の予測精度の向上を図る上では現実的な手法の一つであると考えられる。

都市キャノピーモデルの基礎方程式は、質量保存式や運動量、熱等の各種輸送方程式にある種の空間平均を施すこ

とにより導出される。その平均化手法は積分空間に固体の占める領域を含む平均「固体含有平均」^{(5),(13)}と含まない平均「固体除外平均」^{(14),(15)}に大別され、従来は固体除外平均による導出が主流であった。しかし、近年、Lien et al.⁽¹³⁾は固体除外平均による導出法の問題点を指摘し、固体含有平均に基づく導出法を推奨した。しかしながら、Lien et al.⁽¹³⁾の導出法は、Large-eddy simulation (LES)で用いられるフィルター操作と同じ数学的性質を有する固体含有平均を従来の固体除外平均に基づく導出法と同様に運動量方程式の圧力勾配項や拡散項へ適用しただけである為、正確に式展開を行うと、物体抗力に起因する項を導出することが出来ないという重大な問題を抱えていた⁽¹⁶⁾。その為、筆者らは、固体含有平均に基づき、且つ物体抗力に起因する項が付加された空間平均運動量方程式の導出法を従来のLESのフィルター操作の性質に沿った数学的に矛盾のない形で

新たに提案した⁽¹⁶⁾.

本研究では、固体含有平均に基づくキャノピーモデルのスカラ輸送方程式の導出法を提案する。気温や濃度等のスカラ量は、運動量とは異なり、物体壁面上で常に0とはならない為、固体含有平均に基づく空間平均スカラ輸送方程式の導出には、上述の空間平均運動量輸送方程式の導出とは異なる概念を新たに導入する必要がある。そこで、まず、固体含有平均の性質及び上述のLESのフィルター操作に即した空間平均運動量方程式の導出法を示した上で、新たな概念を導入し、空間平均スカラ輸送方程式を導出する。

2. 固体含有平均の性質

本論文では、 z 方向を鉛直方向とする右手系直交座標系 $(x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$ を用い、ベクトル量は太字で表示する。また、簡単の為、非圧縮性流体を対象とする。

前述した様に、キャノピーモデルの支配方程式は、各種物理量の保存方程式に空間平均操作を施すことにより導出される。これまでに提案されている空間平均の定義式は、図 1(a)の様に平均化の際の積分空間に固体が占める空間を含む固体含有平均

$$\langle \phi \rangle_{inc}(\mathbf{x}) \equiv \frac{1}{V_f + V_s} \int_{V_f + V_s} \phi(\mathbf{x} + \mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}' \quad (1)$$

と図 1(b)の様に固体が占める空間を含まない固体除外平均

$$\langle \phi \rangle_{exc}(\mathbf{x}) \equiv \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \phi(\mathbf{x} + \mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}' \quad (2)$$

の 2 タイプに分類することが出来る。ここで、 ϕ は任意の物理量、 V_f と V_s は平均化体積内でそれぞれ流体と固体が占める空間の体積である（以降、それぞれの空間そのものを指す場合にも用いる）。 V_s 内において、 $\phi = 0$ が常に成立する場合には、以下の関係が成り立つ。

$$\langle \phi \rangle_{inc} = m \langle \phi \rangle_{exc} \quad (3)$$

$$m = V_f / \{V_f + V_s\} \quad (4)$$

一方、無限に広がった単相流れ場に対する LES のフィルター操作は、

$$\langle \phi \rangle(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\Delta}(\mathbf{x})) \phi(\boldsymbol{\xi}) d^3 \boldsymbol{\xi} \quad (5)$$

と表すことが出来る。ここで、 G は空間フィルター幅 $\boldsymbol{\Delta}(\mathbf{x})$ のフィルター関数である。 G として、全空間で一様なフィルター幅 Δ_{x_i} を持つトップ・ハット・フィルター

$$G(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) = \begin{cases} 1 / \Delta_x \Delta_y \Delta_z, & \text{if } |x_i - \xi_i| < \Delta_{x_i} / 2 \\ 0, & \text{その他} \end{cases} \quad (6)$$

を用いると、(5)式は

$$\langle \phi \rangle(\mathbf{x}) = \frac{1}{\Delta_x \Delta_y \Delta_z} \int_{-\Delta_x/2}^{\Delta_x/2} \int_{-\Delta_y/2}^{\Delta_y/2} \int_{-\Delta_z/2}^{\Delta_z/2} \phi(\mathbf{x} + \mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}' \quad (7)$$

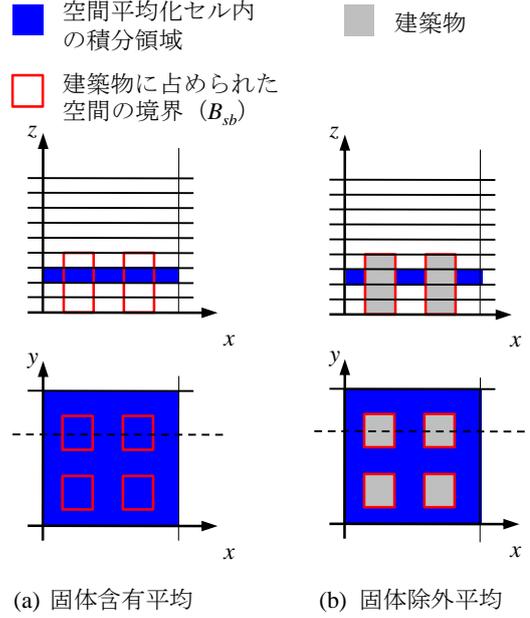


図 1 空間平均化セル内の積分領域の定義
(下図の破線は、上図の位置を示す)

と表すことが出来る。(7)式は、平均化体積 $(V_f + V_s)$ が $\Delta_x \Delta_y \Delta_z$ の(1)式と数式上一致する。その為、 ϕ が全空間で積分可能な導関数を持つ場合、 ϕ の空間微分項の固体含有平均は LES のフィルター操作と同様に、以下の互換関係⁽¹⁷⁾を有する^{注(1)}。

$$\left\langle \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right\rangle_{inc} - \frac{\partial \langle \phi \rangle_{inc}}{\partial x_i} = 0 \quad (8)$$

3. 空間平均運動量方程式の導出

筆者らは既報⁽¹⁶⁾において、Immersed boundary (IB) 法⁽¹⁸⁾で用いられている概念を導入することにより、流体と固体から成る系の運動量場を模擬し、その模擬された場を支配する運動量方程式に固体含有平均操作を施すことにより空間平均運動量方程式を以下の様に導出した。

IB 法は固体が占める空間も含め全空間が流体で満たされているものと仮定し、Navier-Stokes 方程式に付加した外力項 f_i

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + f_i \quad (9)$$

により、固体壁面と一致する箇所では No-slip 条件を満足させる計算手法である。ここで、 u_i は流速、 p は圧力、 ν は分子動粘性係数、 t は時間、 ρ は流体密度である。静止物体周りの流れを考えると、流体は、固体壁面を介して物体に力を与えているが、同時に同じ大きさで反対方向の力 f_i を抗力として受けており（作用・反作用の法則）、その箇所の運動量は常に0となっている。その為、固体が占める空間も含

め全空間が流体で満たされていると仮定した場合に、その場を支配する Navier-Stokes 方程式が実際の固体外部の運動量場を表す為には、式中にこの No-slip 条件を満たす為の力 f_i を考慮することが必要となる^{注(2)}。

Fadlun ら⁽¹⁸⁾の Direct forcing 手法に基づく f_i の形は以下の様に導出される。(9)式に対して時間方向に離散化を行うと

$$\frac{u_i^{l+1} - u_i^l}{\Delta t} + \frac{\partial u_i^l u_j^l}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^l}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i^l}{\partial x_j^2} + f_i^l \quad (10)$$

を得る。ここで、 Δt は時間刻み幅、 l は時間ステップレベルである。(10)式より、Dirichlet 条件

$$u_i^{l+1} = u_d \quad (11)$$

を常に成立させる f_i^l は

$$f_i^l = \frac{u_d - u_i^l}{\Delta t} + \frac{\partial u_i^l u_j^l}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^l}{\partial x_i} - \nu \frac{\partial^2 u_i^l}{\partial x_j^2} \quad (12)$$

と表すことが出来る。

静止固体の壁面上では、常に

$$u_i^l = u_d = 0 \quad (13)$$

であるから、静止固体の壁面と一致する箇所 (B_{sb}) の f_i は

$$f_i = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (14)$$

と表せる^{注(3)}。ここで、(14)式中の各項は全て同じ時間ステップレベルの為、 l の表記を省略している。

B_{sb} を除く V_s 内での f_i の与え方には任意性があるが、IB 法を用いた計算により、任意の外力項により形成された「 V_s 内の流体場の状態」は V_f 内の流体場の状態に対して影響を及ぼさないことが確認されている⁽¹⁸⁾。そこで、静止固体と流体からなる系全体の運動量保存の観点から、 V_s 内での流速が 0 である運動量場を想定すると、これを実現する f_i は

$$f_i = \begin{cases} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}, & V_s \text{内} \\ 0, & V_f \text{内} \end{cases} \quad (15)$$

と整理される。

(9)式と(15)式により支配される運動量場は、 p 、 u_i 及び $\partial u_i / \partial x_j$ が全空間で積分可能な導関数を持つ^{注(4)}、固体含有平均操作 ((1)式と(8)式) が適用可能であり、空間平均運動量方程式

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle_{inc}}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle_{inc}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle_{inc}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \langle u_i \rangle_{inc}}{\partial x_j^2} + \langle f_i \rangle_{inc} \quad (16)$$

$$\langle f_i \rangle_{inc}(\mathbf{x}) =$$

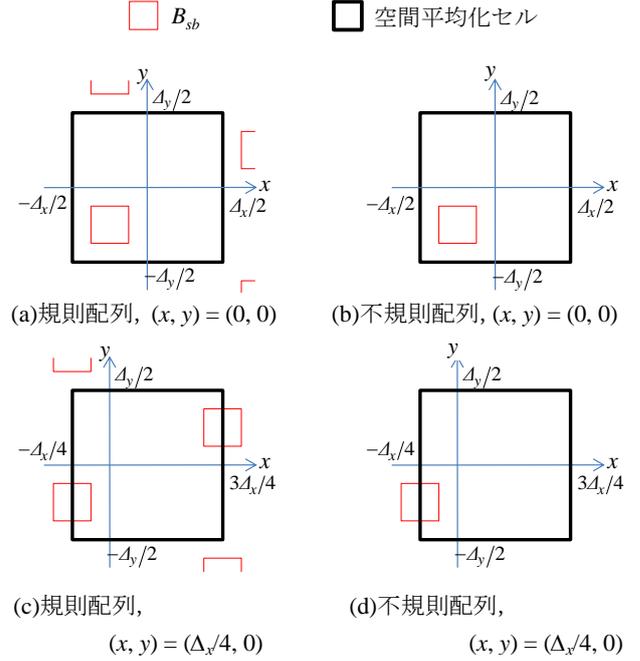


図 2 (x,y)における空間平均化セルの境界と規則・不規則配列された静止固体物体の壁面の位置関係の例

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\rho(V_f + V_s)} \int_{B_{sb}} p(\mathbf{x} + \mathbf{x}') n_i(\mathbf{x} + \mathbf{x}') \delta(\mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}' \\ - \frac{1}{V_f + V_s} \int_{B_{sb}} \nu \{ \nabla u_i(\mathbf{x} + \mathbf{x}') \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x} + \mathbf{x}') \} \delta(\mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}', \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{空間平均化} \\ \text{セルが } B_{sb} \text{を} \\ \text{分割しない} \\ \text{場合} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\rho(V_f + V_s)} \int_{V_s} \frac{\partial p(\mathbf{x} + \mathbf{x}')}{\partial x_i} d^3 \mathbf{x}' \\ - \frac{1}{V_f + V_s} \int_{V_s} \nu \frac{\partial^2 u_i(\mathbf{x} + \mathbf{x}')}{\partial x_j^2} d^3 \mathbf{x}', \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{それ以外} \\ \text{の場合} \end{array} \quad (17)$$

を導出することが出来る。ここで、 $\delta(\mathbf{x})$ は Dirac のデルタ関数である。図 2(a),(b)の様に、 \mathbf{x} における空間平均化セルが、静止固体を分割すること無く完全に包含している場合、 $\langle f_i \rangle_{inc}$ の値は、それぞれ圧力抗力項及び壁面摩擦応力項として B_{sb} 上の p 及び $\partial u_i / \partial x_j$ の値から陽的に算出することが出来る^{注(5)}。一方、図 2(c),(d)の様に、 \mathbf{x} における空間平均化セルが B_{sb} を分割している場合、 $\langle f_i \rangle_{inc}$ の値を算出する為には、陽的に知ることの出来ない静止固体内部における p 及び $\partial u_i / \partial x_j$ に関する情報が必要となる^{注(5)}。尚、図 2(c)の様に、一様な形状の静止固体物体が水平方向に一樣に規則的に配列された系の時間平均運動量場では、空間平均化セルの大きさによってはその境界部の両端で、 V_s 内の時間平均物理量は滑らかに接続される為、空間平均化セルが B_{sb} を分割すること無く完全に包含している場合と同様に、時間平均された $\langle f_i \rangle_{inc}$ を B_{sb} 上の時間平均物理量の表面積分値から算出することが可能である。その他の運動量場、例えば水平方向に静止固体物体の建蔽率が変化するような場で

は、空間平均化セルが B_{sb} を分割する \mathbf{x} (例えば図 2(d)) における $\langle f_i \rangle_{inc}$ の値を陽的に算出することは出来ない. そのような場合に $\langle f_i \rangle_{inc}$ の値を求める為には、抗力係数等を用いて $\langle f_i \rangle_{inc}$ をモデル化し、これをパラメータとして(16)式等を用いた流れ場の計算結果が実験値と一致するようにチューニングを行う等の作業が必要になるものと考えられ、今後の検討課題である.

(16)式の両辺に $\partial \langle u_i \rangle_{inc} \langle u_j \rangle_{inc} / \partial x_j$ を加えると、以下の様に移流項と Subgrid-Scale (SGS) 応力 (T_{ij}) 項を持つ空間平均運動量方程式を得ることが出来る.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \langle u_i \rangle_{inc}}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_i \rangle_{inc} \langle u_j \rangle_{inc}}{\partial x_j} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle_{inc}}{\partial x_i} - \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \langle u_i \rangle_{inc}}{\partial x_j^2} + \langle f_i \rangle_{inc} \end{aligned} \quad (18)$$

$$T_{ij} = \langle u_i u_j \rangle_{inc} - \langle u_i \rangle_{inc} \langle u_j \rangle_{inc} \quad (19)$$

(16)式は、(3)式の関係を用いて

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \langle u_i \rangle_{exc}}{\partial t} + \frac{1}{m} \frac{\partial m \langle u_i \rangle_{exc} \langle u_j \rangle_{exc}}{\partial x_j} \\ &= -\frac{1}{m} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle_{inc}}{\partial x_i} - \frac{1}{m} \frac{\partial m \{ \langle u_i u_j \rangle_{exc} - \langle u_i \rangle_{exc} \langle u_j \rangle_{exc} \}}{\partial x_j} \\ & \quad + \frac{1}{m} \nu \frac{\partial^2 m \langle u_i \rangle_{exc}}{\partial x_j^2} + \frac{1}{m} \langle f_i \rangle_{inc} \end{aligned} \quad (20)$$

と $\langle u_i \rangle_{exc}$ で整理することも出来る. ここで、圧力については、 B_{sb} 上での連続条件以外に V_s 内での物理的な拘束条件が存在しない為、 $\langle p \rangle_{inc}$ と $\langle p \rangle_{exc}$ の関係を規定することは出来ない. 尚、 $\langle p \rangle_{inc}$ は、質量保存式

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (21)$$

に固体含有平均操作 ((1)式と(8)式) を適用して得られる空間平均質量保存式

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle_{inc}}{\partial x_i} = \frac{\partial m \langle u_i \rangle_{exc}}{\partial x_i} = 0 \quad (22)$$

と、(18)式または(20)式とのカップリング計算により求まる.

4. 空間平均スカラー輸送方程式の導出

3章で示した既報⁽¹⁶⁾の運動量場の定義を基に、本研究では、スカラー場の空間平均輸送方程式を導出する.

流体が占める空間における一般的なスカラー輸送方程式は、以下の様に記述される⁽¹⁹⁾.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial u_j \theta}{\partial x_j} = \Gamma \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^2} + \Theta_f \quad (23)$$

ここで、 θ は気温や濃度等のスカラー量、 Γ は拡散係数、 Θ_f は流体が占める空間における θ の湧き出し・吸い込みである. 本研究では、運動量場と同様に、固体が占める空間も θ 場が存在しているものとする. そして、固体が占める空間においてのみ作用する θ の強制的な湧き出し・吸い込み場 Θ_s の概念を導入する. この流体が占める空間と固体が占める空間に共通した θ の輸送方程式は、以下の様に記述される.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial u_j \theta}{\partial x_j} = \Gamma \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^2} + \Theta_f + \Theta_s \quad (24)$$

Θ_s は、固体が占める空間においてのみ値を持ち、固体が占める空間では $u_i = 0$ である為、

$$\Theta_s = \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} - \Gamma \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^2}, & \text{固体が占める空間} \\ 0, & \text{その他} \end{cases} \quad (25)$$

と表される. (24)式と(25)式により支配される θ 場は、 θ 及び $\partial \theta / \partial x_j$ が全空間で積分可能な導関数を持つ^{注(6)}、固体含有平均操作 ((1)式と(8)式) が適用可能であり、以下の空間平均スカラー輸送方程式

$$\frac{\partial \langle \theta \rangle_{inc}}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_j \theta \rangle_{inc}}{\partial x_j} = \Gamma \frac{\partial^2 \langle \theta \rangle_{inc}}{\partial x_j^2} + \langle \Theta_f \rangle_{inc} + \langle \Theta_s \rangle_{inc} \quad (26)$$

$$\langle \Theta_f \rangle_{inc} = \frac{1}{V_f + V_s} \int_{V_f} \Theta_f(\mathbf{x} + \mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}' \quad (27)$$

$$\langle \Theta_s \rangle_{inc} = \frac{1}{V_f + V_s} \int_{V_s} \Theta_s(\mathbf{x} + \mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}' \quad (28)$$

を導出することが出来る.

$\langle \Theta_s \rangle_{inc}$ の値を求める為には、 Θ_s の形、即ち(25)式の固体が占める空間における θ 場の形を定義する必要がある. 運動量場と同様に、固体内部では Θ_s によって $\theta = 0$ が常に満足されると仮定すると、

$$\langle \Theta_s \rangle_{inc} = \frac{-\Gamma}{V_f + V_s} \int_{V_s} \frac{\partial^2 \theta(\mathbf{x} + \mathbf{x}')}{\partial x_j^2} d^3 \mathbf{x}' \quad (29)$$

となる. この場合、 V_f 内の θ は u_i とは異なり、 B_{sb} 近傍で 0 に漸近するとは限らない. その為、 B_{sb} 上で θ が不連続となり、 $\partial \theta / \partial x_j$ が $+\infty$ 又は $-\infty$ となって、 $\langle \Theta_s \rangle_{inc}$ の値を求めることが出来ない^{注(6)}. そこで、本研究では、 V_s 内の θ の値を 0 とは定義せず、分布は不明であるが、 Θ_s により、以下の 2 つの条件を常に満足しているものと定義する.

条件 1

V_s 内の θ の空間平均値は V_f 内の θ の空間平均値と等しい.

$$\frac{1}{V_s} \int_{V_s} \theta(\mathbf{x} + \mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}' = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \theta(\mathbf{x} + \mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}' \quad (30)$$

条件 2

θ は、 B_{sb} 上で連続である.

条件 1 は, V_s 内で $\theta = 0$ とした場合と異なり, 条件 2 を満足することが出来る. そして, 条件 1, 2 は, V_s 内のスカラー量の分布が巨視的に V_f 内のスカラー量の分布に影響を及ぼさない状態が満足する条件であり, 空間平均値に対して以下の関係式が得られる.

$$\begin{aligned}\langle \theta \rangle_{inc} &= \frac{1}{V_f + V_s} \int_{V_f} \theta(\mathbf{x} + \mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}' + \frac{1}{V_f + V_s} \int_{V_s} \theta(\mathbf{x} + \mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}' \\ &= \frac{1}{V_f + V_s} \int_{V_f} \theta(\mathbf{x} + \mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}' + \frac{1}{V_f + V_s} \frac{V_s}{V_f} \int_{V_f} \theta(\mathbf{x} + \mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}' \\ &= \langle \theta \rangle_{exc}\end{aligned}\quad (31)$$

$$\int_{V_s} \theta(\mathbf{x} + \mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}' = V_s \langle \theta \rangle_{exc} = V_s \langle \theta \rangle_{inc}\quad (32)$$

(32)式より, 条件 1, 2 を常に満足する (28)式の $\langle \theta_s \rangle_{inc}$ は,

$$\begin{aligned}\langle \theta_s \rangle_{inc} &= \frac{1}{V_f + V_s} \int_{V_s} \frac{\partial \theta(\mathbf{x} + \mathbf{x}')}{\partial t} d^3 \mathbf{x}' - \frac{\Gamma}{V_f + V_s} \int_{V_s} \frac{\partial^2 \theta(\mathbf{x} + \mathbf{x}')}{\partial x_j^2} d^3 \mathbf{x}' \\ &= \begin{cases} \frac{V_s}{V_f + V_s} \frac{\partial \langle \theta \rangle_{inc}}{\partial t} & \text{空間平均化セルが } B_{sb} \text{ を分割しない場合} \\ -\frac{\Gamma}{V_f + V_s} \int_{B_{sb}} \nabla \theta(\mathbf{x} + \mathbf{x}') \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x} + \mathbf{x}') \delta(\mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}', & \text{場合} \\ \frac{V_s}{V_f + V_s} \frac{\partial \langle \theta \rangle_{inc}}{\partial t} - \frac{\Gamma}{V_f + V_s} \int_{V_s} \frac{\partial^2 \theta(\mathbf{x} + \mathbf{x}')}{\partial x_j^2} d^3 \mathbf{x}' & \text{それ以外の場合} \end{cases}\end{aligned}\quad (33)$$

と表すことが出来る.

(33)式を(26)式に代入して整理すると,

$$\frac{\partial \langle \theta \rangle_{inc}}{\partial t} + \frac{1}{m} \frac{\partial \langle u_j \theta \rangle_{inc}}{\partial x_j} = \frac{\Gamma}{m} \frac{\partial^2 \langle \theta \rangle_{inc}}{\partial x_j^2} + \frac{1}{m} \langle \theta_f \rangle_{inc} + Q\quad (34)$$

$Q(\mathbf{x}) =$

$$\begin{cases} -\frac{\Gamma}{V_f} \int_{B_{sb}} \nabla \theta(\mathbf{x} + \mathbf{x}') \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x} + \mathbf{x}') \delta(\mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}', & \text{空間平均化セルが } B_{sb} \text{ を分割しない場合} \\ -\frac{\Gamma}{V_f} \int_{V_s} \frac{\partial^2 \theta(\mathbf{x} + \mathbf{x}')}{\partial x_j^2} d^3 \mathbf{x}' & \text{それ以外の場合} \end{cases}\quad (35)$$

となる. ここで, $Q(\mathbf{x})$ は, \mathbf{x} における空間平均化セルが B_{sb} を分割しない場合(例えば図 2(a),(b)), 条件 2 より, $\partial \theta / \partial x_j$ が B_{sb} 上で $+\infty$ 又は $-\infty$ とはならない為, 値が求まる^{注6)}. 尚, 図 2(c)の様に, 一様な形状の静止固体物体が水平方向に様に規則的に配列された系の時間平均スカラー場では, 空間平均化セルの大きさによってはその境界部の両端で, V_s 内の時間平均物理量は滑らかに接続される為, 空間平均化

セルが B_{sb} を分割すること無く完全に包含している場合と同様に, 時間平均された $Q(\mathbf{x})$ を B_{sb} 上の時間平均された $\partial \theta / \partial x_j$ の表面積分値から算出することが可能である. その他のスカラー場, 例えば水平方向に静止固体物体の遮蔽率が変化するような場では, 空間平均化セルが B_{sb} を分割する \mathbf{x} (例えば図 2(d)) における $Q(\mathbf{x})$ の値を陽的に算出することは出来ない. そのような場合に $Q(\mathbf{x})$ の値を求める為には, 熱伝導係数等を用いて $Q(\mathbf{x})$ をモデル化し, これをパラメータとして, (34)式等を用いたスカラー場の計算結果が実験値等と一致するようにチューニングを行う等の作業が必要となるものと考えられ, 今後の検討課題である.

(34)式の両辺に $(1/m) \cdot \partial \langle u_i \rangle_{inc} \langle \theta \rangle_{inc} / \partial x_j$ を加えると, 以下のように移流項と SGS 乱流スカラー流束(h_j)項を持つ空間平均スカラー輸送方程式を得ることが出来る.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \langle \theta \rangle_{inc}}{\partial t} + \frac{1}{m} \frac{\partial \langle u_i \rangle_{inc} \langle \theta \rangle_{inc}}{\partial x_j} &= -\frac{1}{m} \frac{\partial h_j}{\partial x_j} + \frac{\Gamma}{m} \frac{\partial^2 \langle \theta \rangle_{inc}}{\partial x_j^2} + \frac{1}{m} \langle \theta_f \rangle_{inc} + Q\end{aligned}\quad (36)$$

$$h_j = \langle u_j \theta \rangle_{inc} - \langle u_j \rangle_{inc} \langle \theta \rangle_{inc}\quad (37)$$

(34)式を(3)式及び(31)式を用いて固体除外平均で整理すると

$$\frac{\partial \langle \theta \rangle_{exc}}{\partial t} + \frac{1}{m} \frac{\partial m \langle u_j \theta \rangle_{exc}}{\partial x_j} = \frac{\Gamma}{m} \frac{\partial^2 \langle \theta \rangle_{exc}}{\partial x_j^2} + \langle \theta_f \rangle_{exc} + Q\quad (38)$$

となる. (38)式の両辺に $(1/m) \cdot \partial m \langle u_i \rangle_{exc} \langle \theta \rangle_{exc} / \partial x_j$ を加え, 乱流拡散係数 K_T を用いて SGS 乱流スカラー流束を

$$\langle u_j \theta \rangle_{exc} - \langle u_j \rangle_{exc} \langle \theta \rangle_{exc} = -K_T \frac{\partial \langle \theta \rangle_{exc}}{\partial x_j}\quad (39)$$

と渦粘性近似し, 右辺第 1 項の分子拡散による項を非常に小さいとして省略すると,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \langle \theta \rangle_{exc}}{\partial t} + \frac{1}{m} \frac{\partial m \langle u_j \theta \rangle_{exc}}{\partial x_j} &= \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(m K_T \frac{\partial \langle \theta \rangle_{exc}}{\partial x_j} \right) + \langle \theta_f \rangle_{exc} + Q\end{aligned}\quad (40)$$

となり, Ashie et al.⁽⁷⁾ のスカラー輸送方程式と一致する. さらに, (40)式の左辺第 2 項である移流項を非常に小さいとして省略すると, 近藤ら⁽⁶⁾ のスカラー輸送方程式と一致する.

5. まとめ

本研究では, 都市キャノピーモデルの空間平均スカラー輸送方程式の数学的な導出法を提案した. まず, 固体が占める空間も含め, 全空間は流体で満たされているものと仮

定した。続いて、既往の研究と同様に、Immersed Boundary法の概念を導入し、固体が占める空間では、外力場により、常に流速値が0である状態が満たされているものと定義した。さらに、固体が占める空間においては、スカラー量の湧き出し・吸い込みが強制的に生じているとの概念を導入し、そのスカラー量の輸送方程式に Large-Eddy Simulationのフィルター操作と同じ数学的特性を有する固体含有平均操作を施した。そして、固体が占める空間のスカラー量の強制的な湧き出し・吸い込みにより、平均化セル内の固体が占める空間における空間平均値と流体が占める空間における空間平均値が等しいという状態が常に満たされていると定義した。その結果、空間平均化セルの境界が固体に占められている空間を分割しない場合に、固体外部の物理量から一意に各項の値を算出可能な空間平均スカラー輸送方程式を導出することが出来た。

注

(1) フィルター幅一定のフィルター関数を持つ(5)式

$$\begin{aligned} \langle \phi \rangle(x, y, z) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-\xi, y-\eta, z-\zeta) \phi(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta \quad (\text{a.1}) \end{aligned}$$

において ϕ の代わりに $\partial\phi/\partial x$ を代入すると

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial\phi}{\partial x} \right\rangle(x, y, z) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-\xi, y-\eta, z-\zeta) \frac{\partial\phi(\xi, \eta, \zeta)}{\partial\xi} d\xi d\eta d\zeta \quad (\text{a.2}) \end{aligned}$$

を得る。 G と ϕ が全空間で積分可能な導関数 (弱導関数⁽²⁰⁾) を持つ場合には、(a.2)式に部分積分を適用することが出来、

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial\phi}{\partial x} \right\rangle(x, y, z) &= \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-\xi, y-\eta, z-\zeta) \phi(\xi, \eta, \zeta) d\eta d\zeta \right]_{\xi=-\infty}^{\xi=+\infty} \\ &\quad - \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-\xi, y-\eta, z-\zeta) \frac{\partial\phi(\xi, \eta, \zeta)}{\partial\xi} d\xi d\eta d\zeta \quad (\text{a.3}) \end{aligned}$$

を得る。(6)式のトップ・ハット・フィルターは、導関数が Dirac のデルタ関数である Heaviside の階段関数⁽²¹⁾

$$H(x) = \int_{-\infty}^x \delta(s) ds = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1/2, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad (\text{a.4})$$

を用いて表すことが出来、1次元の場合には、以下の様になる。

$$G(x-\xi) = \frac{1}{A_x} \left\{ 3H(x-\xi + \frac{A_x}{2}) - 2H^2(x-\xi + \frac{A_x}{2}) \right.$$

$$\left. + H(x-\xi - \frac{A_x}{2}) - 2H^2(x-\xi - \frac{A_x}{2}) \right\} \quad (\text{a.5})$$

そして、その導関数は

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(x-\xi)}{\partial x} &= \frac{1}{A_x} \left\{ 3\delta(x-\xi + \frac{A_x}{2}) - 4\delta(x-\xi + \frac{A_x}{2})H(x-\xi + \frac{A_x}{2}) \right. \\ &\quad \left. + \delta(x-\xi - \frac{A_x}{2}) - 4\delta(x-\xi - \frac{A_x}{2})H(x-\xi - \frac{A_x}{2}) \right\} \quad (\text{a.6}) \end{aligned}$$

となる。即ち、(a.5)式の G は、全空間で積分可能な(a.6)式の導関数を持つ。これは、3次元に単純に拡張出来る為、(a.3)式の G に(6)式を用いることが出来、その場合、(a.3)式の右辺第1項は0となる。また、(6)式は偶関数である為、その導関数は奇関数となり

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(x-\xi, y-\eta, z-\zeta)}{\partial\xi} &= \frac{\partial X}{\partial\xi} \frac{\partial G(X, y-\eta, z-\zeta)}{\partial X} \\ &= -\frac{\partial G(X, y-\eta, z-\zeta)}{\partial X} = -\frac{\partial x}{\partial X} \frac{\partial G(X, y-\eta, z-\zeta)}{\partial x} \\ &= -\frac{\partial G(x-\xi, y-\eta, z-\zeta)}{\partial x} \quad (\text{a.7}) \end{aligned}$$

が成り立つ。従って、(a.3)式は以下の様になる。

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial\phi}{\partial x} \right\rangle(x, y, z) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial G(x-\xi, y-\eta, z-\zeta)}{\partial x} \phi(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-\xi, y-\eta, z-\zeta) \phi(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta \\ &= \frac{\partial \langle \phi \rangle(x, y, z)}{\partial x} \quad (\text{a.8}) \end{aligned}$$

以上が、 ϕ が全空間で積分可能な導関数を持つ場合に、(8)式の関係が成立する証明である。

- (2) 固体が占める空間に流体は全く存在しないとする考え方の場合には、固体壁面において No-slip 条件が流体に対する境界条件として成立するので、Navier-Stokes 方程式中に No-slip 条件を満足させる外力項を付加する必要は無い。
- (3) 分かり易さの為に、Fadlun の Direct forcing 手法を取り上げ、時間方向の離散化の過程を経て説明を行ったが、静止物体壁面で流速値が0である条件を(9)式に代入すれば、(14)式を得ることが出来る。尚、移流項に関しては、発散型の表記を(21)式の質量保存式を用いて勾配型に直すと、常に0となることが確認できる。
- (4) 簡単の為、1次元で考えると、 $l_1 \leq x \leq l_2$ が固体の占める空間の場合、(9)式及び(15)式に支配される運動量場の $p(x)$ 及び $u_i(x)$ は、 $x \leq l_1, x \geq l_2$ においてそれぞれ $p(x)$ 及び $u_i(x)$ と等しく且つ $-\infty \leq x \leq \infty$ で微分可能な $P_{out}(x)$ 及び $U_{out}(x)$ と、 $l_1 \leq x \leq l_2$ においてそれぞれ $p(x)$ 及び $u_i(x) (=0)$ と等しく且つ $-\infty \leq x \leq \infty$ で微分可能な $P_{in}(x)$ 及び $U_{in}(x)$ を用いて

$$p(x) = P_{out}(x)\{1 - H(x-l_1) + H(x-l_2)\} + P_{in}(x)\{H(x-l_1) - H(x-l_2)\} \quad (a.9)$$

$$u_i(x) = U_{out}(x)\{1 - H(x-l_1) + H(x-l_2)\} + U_{in}(x)\{H(x-l_1) - H(x-l_2)\} \quad (a.10)$$

と表すことが出来る．ここで， $p(x)$ 及び $u_i(x)$ は， $x = l_1$ 及び $x = l_2$ における $P_{in}(x)$ と $P_{out}(x)$ 及び $U_{in}(x)$ と $U_{out}(x)$ の影響の対称性を考慮している．(a.9)式の1階の導関数と (a.10)式の1階，2階の導関数は，それぞれ

$$\begin{aligned} \frac{dp(x)}{dx} &= \frac{dP_{out}(x)}{dx}\{1 - H(x-l_1) + H(x-l_2)\} \\ &\quad + \overline{P_{out}(x)\{-\delta(x-l_1) + \delta(x-l_2)\}} \\ &\quad + \frac{dP_{in}(x)}{dx}\{H(x-l_1) - H(x-l_2)\} \\ &\quad + \overline{P_{in}(x)\{\delta(x-l_1) - \delta(x-l_2)\}} \end{aligned} \quad (a.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{du_i(x)}{dx} &= \frac{dU_{out}(x)}{dx}\{1 - H(x-l_1) + H(x-l_2)\} \\ &\quad + \overline{U_{out}(x)\{-\delta(x-l_1) + \delta(x-l_2)\}} \\ &\quad + \frac{dU_{in}(x)}{dx}\{H(x-l_1) - H(x-l_2)\} \\ &\quad + \overline{U_{in}(x)\{\delta(x-l_1) - \delta(x-l_2)\}} \end{aligned} \quad (a.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2u_i(x)}{dx^2} &= \frac{d^2U_{out}(x)}{dx^2}\{1 - H(x-l_1) + H(x-l_2)\} \\ &\quad + \frac{dU_{out}(x)}{dx}\{-\delta(x-l_1) + \delta(x-l_2)\} \\ &\quad + \frac{d^2U_{in}(x)}{dx^2}\{H(x-l_1) - H(x-l_2)\} \\ &\quad + \frac{dU_{in}(x)}{dx}\{\delta(x-l_1) - \delta(x-l_2)\} \end{aligned} \quad (a.13)$$

となり，全空間で積分可能である．ここで，(a.11)式及び (a.12)式では， $x = l_1$ 及び $x = l_2$ で $P_{in}(x)$ と $P_{out}(x)$ 及び $U_{in}(x)$ と $U_{out}(x)$ がそれぞれ等しいことを考慮している．

(5) (15)式は，(a.4)式を用いると，注(4)の設定では，

$$f_i(x) = \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{dp(x)}{dx} - v \frac{d^2u_i(x)}{dx^2} \right\} \times \{3H(x-l_1) - 2H^2(x-l_1) + H(x-l_2) - 2H^2(x-l_2)\} \quad (a.14)$$

と表すことが出来，その固体含有平均値は，(a.5)，(a.11) 及び (a.13)式より，

$$\begin{aligned} \langle f_i \rangle_{inc}(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-\xi) f_i(\xi) d\xi = - \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{\rho} p(\xi) - v \frac{du_i(\xi)}{d\xi} \right\} \\ &\quad \times \frac{dG(x-\xi) \left\{ \begin{aligned} &3H(\xi-l_1) - 2H^2(\xi-l_1) \\ &+ H(\xi-l_2) - 2H^2(\xi-l_2) \end{aligned} \right\}}{d\xi} d\xi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= - \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{\rho} P_{out}(\xi) - v \frac{dU_{out}(\xi)}{d\xi} \right\} \{1 - H(\xi-l_1) + H(\xi-l_2)\} \\ &\quad + \left\{ \frac{1}{\rho} P_{in}(\xi) - v \frac{dU_{in}(\xi)}{d\xi} \right\} \{H(\xi-l_1) - H(\xi-l_2)\} \\ &\quad \times \left\{ \frac{1}{A_x} \left[-3\delta(x-\xi + \frac{A_x}{2}) + 4\delta(x-\xi + \frac{A_x}{2})H(x-\xi + \frac{A_x}{2}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \delta(x-\xi - \frac{A_x}{2}) + 4\delta(x-\xi - \frac{A_x}{2})H(x-\xi - \frac{A_x}{2}) \right] \right\} \\ &\quad \times \{3H(\xi-l_1) - 2H^2(\xi-l_1) + H(\xi-l_2) - 2H^2(\xi-l_2)\} \\ &\quad + \frac{1}{A_x} \left\{ 3H(x-\xi + \frac{A_x}{2}) - 2H^2(x-\xi + \frac{A_x}{2}) + H(x-\xi - \frac{A_x}{2}) \right. \\ &\quad \left. - 2H^2(x-\xi - \frac{A_x}{2}) \right\} \{3\delta(\xi-l_1) - 4\delta(\xi-l_1)H(\xi-l_2) \\ &\quad + \delta(\xi-l_2) - 4\delta(\xi-l_2)H(\xi-l_2)\} \} d\xi \end{aligned}$$

$$= \begin{cases} 0, & x + A_x/2 \leq l_1 \\ \frac{1}{2\rho A_x} \{-P_{out}(l_1) - P_{in}(l_1) + P_{out}(x + A_x/2) + P_{in}(x + A_x/2)\} + \frac{v}{2A_x} \left\{ \frac{dU_{out}(l_1)}{dx} + \frac{dU_{in}(l_1)}{dx} \right. \\ \left. - \frac{dU_{out}(x + A_x/2)}{dx} - \frac{dU_{in}(x + A_x/2)}{dx} \right\}, & l_1 \leq x + A_x/2 \leq l_2 \\ \frac{1}{2\rho A_x} \{-P_{out}(l_1) - P_{in}(l_1) + P_{out}(l_2) + P_{in}(l_2)\} \\ + \frac{v}{2A_x} \left\{ \frac{dU_{out}(l_1)}{dx} + \frac{dU_{in}(l_1)}{dx} - \frac{dU_{out}(l_2)}{dx} - \frac{dU_{in}(l_2)}{dx} \right\}, & \begin{aligned} &x + A_x/2 \geq l_2 \\ &\text{且つ} \\ &x - A_x/2 \leq l_1 \end{aligned} \\ \frac{1}{2\rho A_x} \{-P_{out}(x - A_x/2) - P_{in}(x - A_x/2) + P_{out}(l_2) + P_{in}(l_2)\} + \frac{v}{2A_x} \left\{ \frac{dU_{out}(x - A_x/2)}{dx} \right. \\ \left. + \frac{dU_{in}(x - A_x/2)}{dx} - \frac{dU_{out}(l_2)}{dx} - \frac{dU_{in}(l_2)}{dx} \right\}, & \begin{aligned} &l_1 \leq x - A_x/2 \leq l_2 \\ &\text{且つ} \\ &x - A_x/2 \geq l_2 \end{aligned} \\ 0, & x - A_x/2 \geq l_2 \end{cases} \quad (a.15)$$

となる． $x = l_1$ 及び $x = l_2$ において， $U_{in}(x)$ と $U_{out}(x)$ は微分可能な滑らかな関数であることから，

$$\frac{dU_{out}(l_1)}{dx} \approx \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{du(l_1 - \varepsilon)}{dx}, \quad \frac{dU_{out}(l_2)}{dx} \approx \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{du(l_2 + \varepsilon)}{dx} \quad (a.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{dU_{in}(l_1)}{dx} &\approx \frac{dU_{in}(l_2)}{dx} \\ &\approx \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{du(l_1 + \varepsilon)}{dx} \approx \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{du(l_2 - \varepsilon)}{dx} \approx 0 \end{aligned} \quad (a.17)$$

であり，また

$$p(l_1) = P_{out}(l_1) = P_{in}(l_1), \quad p(l_2) = P_{out}(l_2) = P_{in}(l_2) \quad (a.18)$$

であることから，空間平均化セルが静止固体物体の占める領域を完全に包含する場合 ($x + A_x/2 \geq l_2$ 且つ

$x - \Delta_x/2 \leq l_1$) には, B_{sb} を除く V_s 内部の情報が必要とせず, $\langle f_i \rangle_{inc}$ の値を算出することが出来る.

- (6) 簡単の為, 1次元で考えると, $l_1 \leq x \leq l_2$ が固体の占める空間の場合, (24)式及び(25)式に支配される $\theta(x)$ は, $x \leq l_1, x \geq l_2$ において $\theta(x)$ と等しく且つ $-\infty \leq x \leq \infty$ で微分可能な $\Theta_{out}(x)$ と, $l_1 \leq x \leq l_2$ において $\theta(x)$ と等しく且つ $-\infty \leq x \leq \infty$ で微分可能な $\Theta_{in}(x)$ を用いて

$$\theta(x) = \Theta_{out}(x) \{1 - H(x - l_1) + H(x - l_2)\} + \Theta_{in}(x) \{H(x - l_1) - H(x - l_2)\} \quad (a.19)$$

と表すことが出来る. ここで, $\theta(x)$ は, $x = l_1$ 及び $x = l_2$ における $\Theta_{in}(x)$ と $\Theta_{out}(x)$ の影響の対称性を考慮している.

(a.19)式の1階, 2階の導関数は, それぞれ

$$\begin{aligned} \frac{d\theta(x)}{dx} &= \frac{d\Theta_{out}(x)}{dx} \{1 - H(x - l_1) + H(x - l_2)\} \\ &+ \Theta_{out}(x) \{-\delta(x - l_1) + \delta(x - l_2)\} \\ &+ \frac{d\Theta_{in}(x)}{dx} \{H(x - l_1) - H(x - l_2)\} \\ &+ \Theta_{in}(x) \{\delta(x - l_1) - \delta(x - l_2)\} \end{aligned} \quad (a.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta(x)}{dx^2} &= \frac{d^2\Theta_{out}(x)}{dx^2} \{1 - H(x - l_1) + H(x - l_2)\} \\ &+ \frac{d\Theta_{out}(x)}{dx} \{-\delta(x - l_1) + \delta(x - l_2)\} \\ &+ \frac{d^2\Theta_{in}(x)}{dx^2} \{H(x - l_1) - H(x - l_2)\} \\ &+ \frac{d\Theta_{in}(x)}{dx} \{\delta(x - l_1) - \delta(x - l_2)\} \end{aligned} \quad (a.21)$$

となり, 全空間で積分可能である. $x = l_1$ 及び $x = l_2$ で $\theta(x)$ が連続である場合, $\Theta_{in}(x)$ と $\Theta_{out}(x)$ の値は等しい. この時, (a.20)式の右辺第2項と第4項は打ち消しあい, $\partial\theta/\partial x_j$ は $x = l_1$ 及び $x = l_2$ において有限値となる.

参考文献

- (1) 尹聖皖, 足永靖信, 地方沿岸都市における緑化による夏季熱環境緩和効果に関する数値シミュレーション—逗子市におけるケーススタディー—, 日本建築学会環境系論文集, 577(2004), pp.41–46.
- (2) D.Narumi,A.Kondo and Y.Shimoda, The effect of the increase in urban temperature on the concentration of photochemical oxidants, Atmospheric Environment, 43(2009), pp.2348–2359.
- (3) J.M.Shepherd, A review of current investigations of urban-induced rainfall and recommendations for the future, Earth Interactions, 9-12(2005), pp.1–27.
- (4) I.Uno,H.Ueda and T,Wakamatsu, Numerical modeling of the nocturnal urban boundary layer, Boundary-Layer Meteorology, 49(1989), pp.77–98.
- (5) 平岡久司, 丸山敬, 中村泰人, 桂順治, 植物群落内および都市キャノピー内の乱流モデルに関する研究 (その1) 乱流モデルの作成, 日本建築学会計画系論文報告集, 406-12(1989), pp.1–9.
- (6) 近藤裕昭, 劉発華, 1次元キャノピーモデルによる都市の熱環境に関する研究, 大気環境学会誌, 33-3(1998), pp.179–192.
- (7) Y.Ashie,T.C.Vu and T.Asaeda, Building canopy model for the analysis of urban climate, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 81(1999), pp.237–248.
- (8) 近藤明, 山口克人, 上野恵, 2次元大気境界層モデルから導かれた都市キャノピー形状とヒートアイランド強度の関係, 大気環境学会誌, 34-6(1999), pp.422–434.
- (9) 萩島理, 谷本潤, 片山忠久, 大原建志, 改良・建築—都市—土壌モデル(AUSSSM)による都市高温化の構造解析 第1報 モデル理論構成及び標準解, 日本建築学会計画系論文集, 550-12(2001), pp.79–86.
- (10) A.Martilli,A.Clappier and M.W.Rotach, An urban surface exchange parameterization for mesoscale models, Boundary-Layer Meteorology, 104(2002), pp.261–304.
- (11) O.Coceal and S.E.Belcher, A canopy model of mean winds through urban areas, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 130(2004), pp.1349–1372.
- (12) 原山和也, 大岡龍三, 村上周三, 吉田伸治, 瀬戸島政博, 近藤裕昭, 都市キャノピーモデルを組み込んだメソスケールモデルによる関東地方の都市気候解析, 日本建築学会環境系論文集, 592-6(2005), pp.75–82.
- (13) F.S.Lien,E.Yee and J.D.Wilson, Numerical modeling of the turbulent flow developing within and over a 3-D building array, Part II: a mathematical foundation for a distributed drag force approach, Boundary-Layer Meteorology, 114(2005), pp.245–285.
- (14) M.R.Raupach and R.H.Shaw, Averaging procedures for flow within vegetation canopies, Boundary-Layer Meteorology, 22(1982), pp.79–90.
- (15) J.Finnigan, Turbulence in plant canopies, Annual Review of Fluid Mechanics, 32(2000), pp.519–571.
- (16) T.Kono,Y.Ashie and T.Tamura, Mathematical derivation of spatially-averaged momentum equations for an urban canopy model using underlying concepts of the immersed boundary method, Boundary-Layer Meteorology, 135(2010), pp.185–207.
- (17) P.Sagaut, Large eddy simulation for incompressible flows: an introduction (2005), Springer.
- (18) E.A.Fadlun,R.Verzicco,P.Orlandi and J.Mohd-Yusof, Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations, Journal of Computational Physics, 161(2000), pp.35–60.
- (19) S.V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow

(1980), Taylor & Francis.

(20) D.S.Jones, The theory of generalized functions, (1982),
Cambridge University Press.

(21) 日野幹雄, スペクトル解析 (統計ライブラリー), (1977),
朝倉書店.

(Received August 30, 2010, Accepted November 10, 2010)